História da matemática: e-book – como surgiram alguns conceitos matemáticos?

1ª edição

Org.
Valdirene da Rosa Rocho
Carla Margarete Ferreira dos Santos
Margarete Farias Medeiros
Carla Sofia Dias Brasil
Taís Pereira da Silva

INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE
SOMBRIO, 2018.

História da matemática: e-book – como surgiram alguns conceitos matemáticos?

Org.
Valdirene da Rosa Rocho
Carla Margarete Ferreira dos Santos
Margarete Farias Medeiros
Carla Sofia Dias Brasil
Taís Pereira da Silva

Correção ortográfica
Rosemary de Fátima de Assis Domingos

Colaboradores
Caio Robério Barpp da Silva
Elisiane Cardoso de Andrade
Joel de Oliveira Bassani
Mara Cristina Baltazar
Sabrini dos Anjos
Zilmara Raupp de Quadros

Instituto Federal Catarinense
Sombrio, 2018.

Somos filiados

Associação Brasileira
das Editoras Universitárias

Editora do Instituto Federal Catarinense
Rua das Missões, nº 100
Ponta Aguda – Blumenau – SC
CEP 89051-000

H673 História da matemática: e-book - como surgiram alguns conceitos matemáticos? / Valdirene da Rosa Rocho; Carla Margarete Ferreira dos Santos; Margarete Faria Medeiros; Carla Sofia Dias Brasil; Taís Pereira da Silva (Orgs.). -- Sombrio: Instituto Federal Catarinense, 2018.

65 f. il. col.

ISBN:978-85-5644-023-5

1. História da Matemática.I. Rocho, Valdirene da Rosa , II. Santos, Carla Margarete Ferreira dos. III. Medeiros, Margarete Faria. IV. Brasil, Carla Sofia Dias. V. Silva, Taís Pereira da. VI. Instituto Federal Catarinense. VII. Título.

CDD: 510.9

Sumário

Introdução

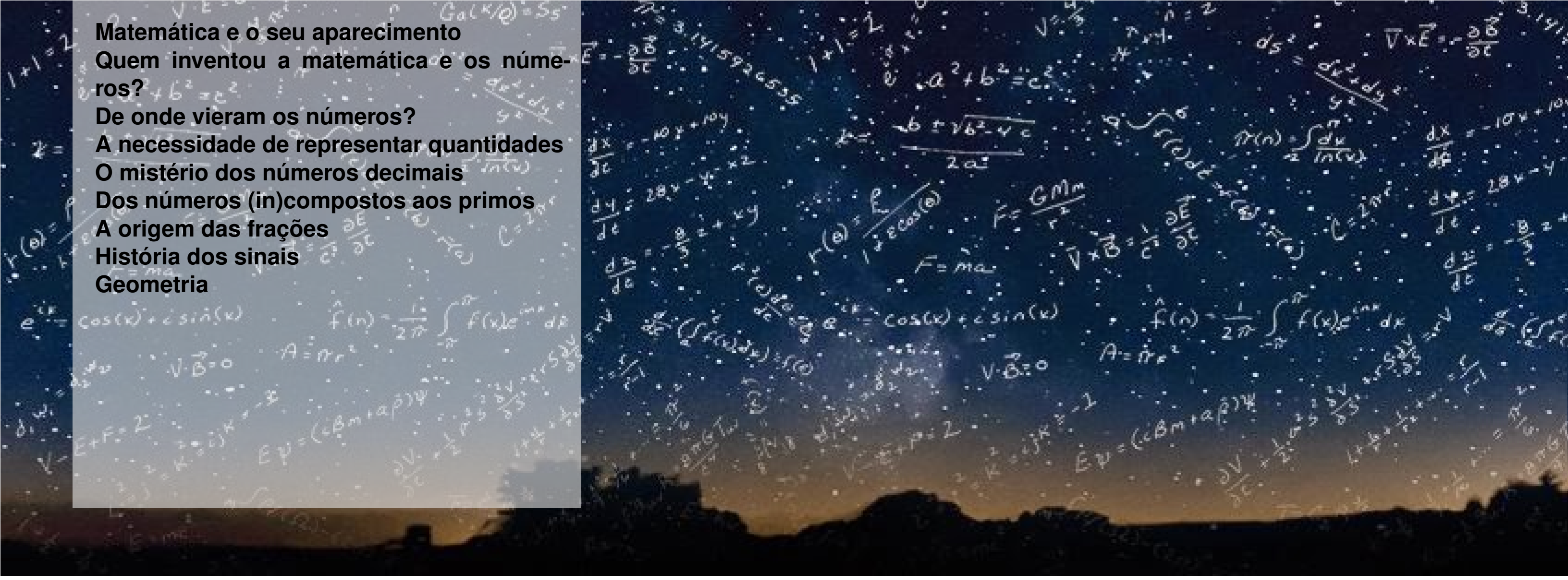
O estudo da matemática pode ser associado a sua história, nos capítulos a seguir, podemos observar notações e registros matemáticos, nas quais foi possível descrever uma parte do caminho que esta ciência percorreu.

O tema central deste *e-book*, traz um breve resumo da história da matemática, possibilitando que professores utilizem em aulas para introduzir determinado conteúdo, ou até mesmo em momentos de leituras, os quais podem ser propiciados em uma aula de matemática. Visando, assim, a interdisciplinariedade, tendo como base assuntos de, geografia, história, português e outros.

> "Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta." (Gauss - Carl Friedrich)

Visto que, atualmente a história da matemática vem sendo mais difundida em salas de aulas, alguns documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) [9] incentivam o uso, destacando que a história da matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento.

Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. A história da matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural.



1. 6º ano

1.1 Matemática e o seu aparecimento

Mara Cristina Baltazar
Zilmara Raupp de Quadros

A matemática é um aspecto único do pensamento humano, e sua história difere de todas as outras histórias. Desde o homem da idade da pedra já se tem registros da matemática, quando desenvolviam uma cultura complexa que incluía a fabricação de ferramentas para caça e proteção, linguagem simbólica e através de contagem simples (Fig. 1.1), com muitas até atuais consequências na religião, arte, música e comércio, ainda que às vezes de maneira não formal.

Figura 1.1: Pinturas rupestres.

Fonte: [13]

A história da matemática se fez em vários milênios e ainda hoje ela está em processo de desenvolvimento de novas descobertas e aplicações no nosso dia a dia. Historiadores relatam como os primeiros exemplos de atividade matemática vêm da consciência humana nas operações numéricas, contagem ou padrões em formas geométricas (Fig. 1.2).

Figura 1.2: Formas geométricas.

Fonte: [30]

Assim sendo, a matemática nasce como ciência formal a partir da percepção de semelhanças, diferenças e desigualdades entre quantidades e formas. O conceito de número foi um processo longo e gradual, assimilados pela humanidade no processo de contagem. A necessidade da linguagem simbólica era utilizada para expressar quantidades e eventos, e ainda é atualmente, como exemplo simples de utilizar os dedos das mãos, que podem facilmente ser usados para indicar um conjunto de 1, 2, 3, 4, ou 5 objetos em cada mão, ampliando ainda essa representação pode-se combinar os dedos das mãos e dos pés, chegando até vinte (Fig. 1.3).

Figura 1.3: A antiga civilização.

Fonte: [30]

A evolução da matemática está diretamente relacionada com o movimento da sociedade para cada novo tempo. Com os problemas surgindo, a matemática vai se aperfeiçoando com novos conceitos que foram se estabelecendo.

Ninguém sabe quando começou a matemática, o que sabemos é que toda civilização que desenvolveu a escrita também mostra evidências de algum nível de conhecimento matemático, isto é, nomes para números, formas, ideias básicas sobre contagem e operações aritméticas parecem ser parte da herança comum da humanidade em toda parte.

A matemática é um esforço humano continuado, como a literatura, a física, a arte, a economia, ou a música. Tem um passado e um futuro, bem como um presente. A matemática que aprendemos e usamos hoje difere de muitos modos da matemática de mil e quinhentos ou mesmo de cem anos atrás.

A matemática do século XXI certamente evoluirá para algo diferente da do século XX. Aprender sobre matemática é como começar a conhecer outra pessoa, quanto mais você sabe de seu passado, melhor pode entendê-la e interagir com ela, agora e no futuro.

1.2 Quem inventou a matemática e os números?

Joel de Oliveira Bassani
Elisiane Cardoso de Andrade

Quem inventou a matemática? A matemática não é algo que podemos dizer que não foi inventada da noite para o dia, mas foi sendo construída ao longo do tempo devido às necessidades que vinham surgindo na vida do homem.

Entre os séculos VIII e IX a.C., durante o período Paleolítico e Idade da Pedra, a matemática engatinhava na Babilônia. Os babilônios e os egípcios já tinham uma álgebra e uma geometria, mas somente o que bastasse para as suas necessidades práticas, não havia uma ciência organizada. Esta ciência surgiu da necessidade de representar quantidades.

Com o surgimento da civilização egípcia, a matemática obteve grandes avanços nas diversas áreas, tais como na geometria, álgebra e astronomia. O povo hindu também contribuiu na construção do conhecimento matemático, bem como os árabes e os gregos. A matemática é dada como um saber inacabado, pois sempre surgem novas descobertas.

Quem inventou os números? E desde quando os números começaram a existir? Os números surgiram com a necessidade de representar as quantidades de objetos e animais (Fig. 1.4).

Figura 1.4: Contando com pedras.

Fonte: [27]

Neste período, denominado como a pré-história, existia um processo rudimentar de contagem como ranhuras em ossos, marcas em galhos, desenhos em cavernas e pedras. Essas que até hoje podem ser vistas como monumentos históricos, pelo fato de serem os primeiros registros de antigas civilizações. Além disso, o processo que alguns povos utilizavam para relacionar quantidades, ou seja, unidades de diversos objetos ou animais obtidos, era colocando uma pequena pedra em um saquinho, cada pedra valia uma unidade. Alguns povos, tribos indígenas, confeccionavam calendários pictográficos e desenhos em cavernas.

Sendo assim, podemos afirmar que os números eram primeiramente representados por pedras, nos dedos das mãos e dos pés ou marcas em ossos, madeiras e pedra (Fig. 1.5). Além de nós em cordas, processo também muito utilizados para medição e demarcação de terras.

Figura 1.5: Primeiros registros.

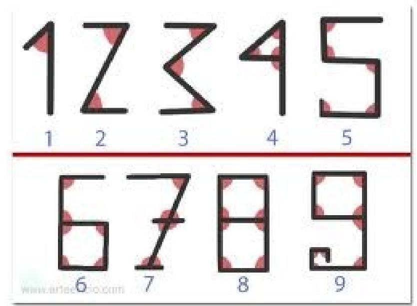
Fonte: [31]

Assim, pode-se dizer que os registros de números ocorreram de forma variada e de acordo com cada civilização, sendo que cada povo possuía a sua própria forma de representá-los. A necessidade de representar grandes quantidades deu origem à numeração escrita. O atual sistema numérico é o decimal porque possui apenas dez símbolos para representá-lo e são oriundos do sistema hindu-arábico.

Depois de ter havido diversas representações, os números com a forma que utilizamos foram difundidos na Europa nos séculos XV e XVI, e seus desenhos foram fundamentados na quantidade de ângulos que cada figura possui (Fig. 1.6).

No século XVII muitos tipos de números já haviam sido inventados, assim, podemos concluir que os números existem há muito tempo, não tendo apenas uma pessoa responsável pela sua criação, sendo a junção de vários saberes e de diferentes povos. Hoje a escrita obteve algumas alterações, mas se aproxima muito daquela original (Fig. 1.7).

Figura 1.6: Representação dos números conforme seus ângulos.



Fonte: [44]

Figura 1.7: Representação dos algarismos indo-arábicos.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2017.

Estas e outras formas de registrar os números são frutos de estudos dos povos antigos, bem como a evolução dos sistemas de numeração. Buscando demonstrar suas principais diferenças e mudanças conforme o contexto histórico.

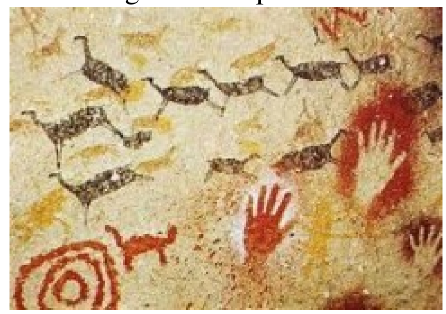
1.3 De onde vieram os números?

Mara Cristina Baltazar
Zilmara Raupp de Quadros

No princípio, os homens das cavernas podiam pintar, mas podiam eles contar [35]? Em que época surgiu o nosso sistema de numeração? Vamos saber um pouco mais sobre a história dos números?

Há mais de 30 000 anos, o homem vivia em pequenos grupos, morando em grutas e cavernas para se esconder dos animais selvagens e proteger-se da chuva e do frio. Nas paredes das cavernas registravam suas caças, suas atividades (Fig. 1.8).

Figura 1.8: Registros nas paredes de cavernas.



Fonte: [13]

Com o passar dos anos o homem mudou o seu modo de viver; em vez de caçar, coletar frutos e raízes, começou a dedicar-se à agricultura e criar animais, atividades estas que geraram a necessidade de contar.

O pastor começou a contar as ovelhas e o gado com as pedras pelo sistema de comparação: uma pedra, uma ovelha, ou seja, um para um. Assim, cada ovelha que saía correspondia a uma pedra. No final do dia, à medida que as ovelhas entravam, o pastor ia tirando as pedras do saquinho, assim ele saberia se todas haviam voltado (Fig. 1.9).

Durante muito tempo a atividade de contar se constituiu em um para um. Mas com a criação de muitos animais este sistema não foi mais suficiente para suprir as necessidades do homem em relação ao processo

Figura 1.9: Representação da contagem dos números.

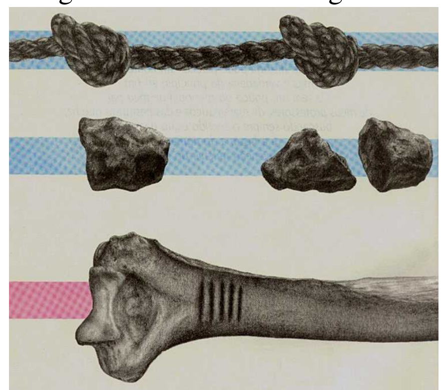
Fonte: [38]

de contagem, havendo, então, a necessidade de registrar.

Os primeiros registros aconteceram de forma muito variada. Cada povo utilizou-se de uma técnica diferente para registrar grandes quantidades, sendo que as primeiras tentativas foram: marcas em ossos, nós em cordas, partes do corpo, marcas em pedras e paredes (Fig. 1.10).

Registrar quantidades, de qualquer forma, não foi suficiente, e finalmente começaram a elaboração dos primeiros sistemas de numeração. A

Figura 1.10: Primeiros registros.



Fonte: [31]

necessidade de registrar grandes quantidades deu origem à numeração escrita.

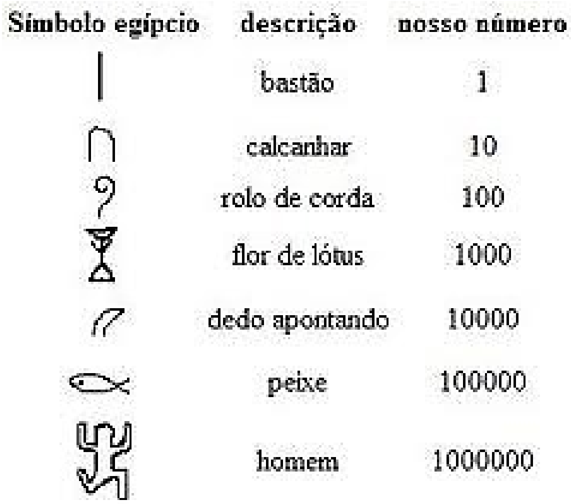
Inúmeras foram as tentativas de cada civilização em propor seus próprios sistemas numéricos. Uns posicionais, outros não, com símbolos e bases diferentes tais como o chinês (Fig. 1.11) e egípcio (Fig. 1.12), entre outros.

Figura 1.11: Sistema de numeração chinês.

1: 一	6: 六	10: 十
2: 二	7: 七	100: 百
3: 三	8: 八	1000: 千
4: 四	9: 九	10000: 萬
5: 五		

Fonte: [34]

Figura 1.12: Sistema de numeração egípcio.



Símbolo egípcio	descrição	nosso número
	bastão	1
	calcanhar	10
	rolo de corda	100
	flor de lótus	1000
	dedo apontando	10000
	peixe	100000
	homem	1000000

Fonte: [14]

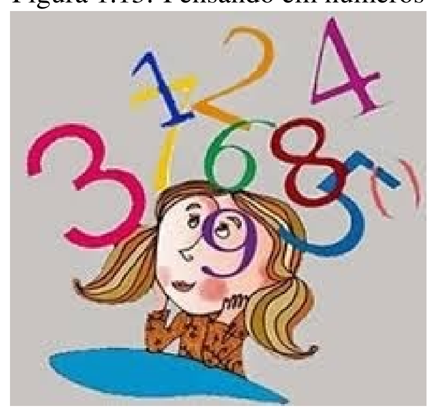
Com o passar dos anos outros sistemas de numeração foram criados, porém hoje basicamente utilizamos um único sistema, para registrar nossas quantidades.

1.4 A necessidade de representar quantidades

Joel de Oliveira Bassani
Taís Pereira da Silva

O que lembramos quando pensamos ou ouvimos a palavra Matemática? Quantos pensaram na palavra número? Geralmente um é consequência do outro. Os números sempre existiram? Se a sua resposta foi não, quem os inventou? Porque os inventou? Acredito que enquanto está lendo esse texto muitas outras perguntas estão surgindo em seus pensamentos, e se pegue a refletir como a ilustração (Fig. 1.13).

Figura 1.13: Pensando em números



Fonte: [25]

Em muitas situações no nosso dia a dia existe a necessidade de representar quantidades, por exemplo, se alguém nos pergunta: quantos irmãos você tem? Quantos lápis possui? Quantos pares de tênis possui? Quantos amigos tem no *facebook*? O homem pré-histórico com certeza não tinha redes sociais, não usava tênis, e muito menos lápis (Fig. 1.14).

Figura 1.14: Homem pré-histórico.

Fonte: [11]

No princípio, os povos primitivos viviam daquilo que a natureza lhes davam, viviam na floresta e para sobreviver alimentava-se da caça e de frutas produzidas em árvores frutíferas, o homem pré-histórico registrava suas caças, suas atividades por meio de desenhos nas paredes das cavernas, locais onde se abrigavam. Pouco a pouco, o homem foi mudando seu estilo de vida. Com o abandono da vida nômade, começou a dedicar-se a agricultura, à criação de animais (Fig. 1.15).

Figura 1.15: Agricultura e criação de animais.

Fonte: [23]

Com a evolução gradual da sociedade, esse novo modelo de vida implicou na necessidade de contar. Como por exemplo, uma tribo tinha que saber quantos era seus membros e quantos eram seus inimigos. Provavelmente a maneira mais antiga de contar se baseou em algum método de registro simples, como no início do dia quando os pastores levavam as ovelhas para o pasto, colocavam uma pedrinha dentro de um saquinho, para cada ovelha que levavam consigo. Ao retornar para casa, conferiam a quantidade de ovelhas que voltavam, devolvendo ao saquinho uma pedra para cada ovelha. Ou seja, a relação estabelecida era de um para um, assim sabiam se seu rebanho estava aumentando (nascimentos) ou diminuindo (roubo ou morte). Uma evidência dessa prática está na própria origem da palavra cálculo (do latim *calculus*, que significa pedra).

Na antiguidade, no início do dia quando os pastores levavam as ovelhas para o pasto, colocavam uma pedrinha dentro de um saquinho, para cada ovelha que levavam consigo (Fig. 1.16). Ao retornar para casa, conferiam a quantidade de ovelhas que voltavam, devolvendo ao saquinho uma pedra para cada ovelha. Ou seja, a relação estabelecida era de um para um.

Figura 1.16: O pastor e as ovelhas.

Fonte: [31]

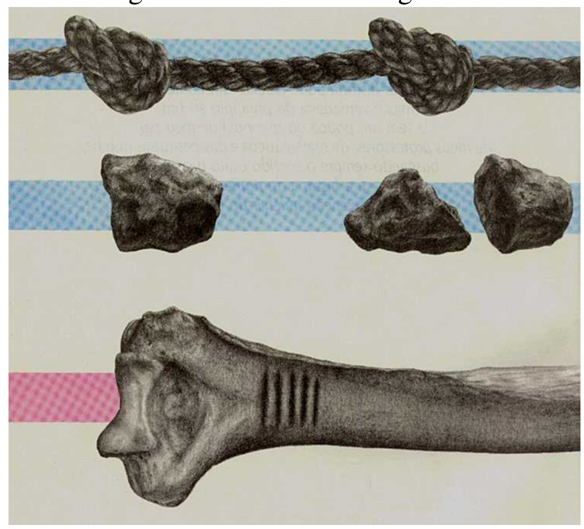
Para um historiador matemático, [7], as noções primitivas relacionadas com o conceito de número, grandezas e formas podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, e vislumbres de noções matemáticas se encontram em formas de vida que podem datar de milhões de anos antes da humanidade e podiam estar mais relacionadas com contrastes do que semelhança, como diferença entre um e muitos, desigualdade de tamanhos, formas e formatos em gerais, na contagem de animais e objetos.

Os dedos de uma mão podem representar o conjunto de um, dois, três, quatro ou cinco objetos, utilizando as duas mãos até dez objetos, ou vinte quando utilizando as mãos e os pés [6]. Deste modo podemos afirmar que antigamente, quando os números ainda não eram conhecidos, o melhor método de contagem era a de relacionar objetos. Quando os dedos eram insuficientes ou impróprios para representar uma relação, se utilizavam de pedras, nós em cordas, desenhos nas paredes das cavernas ou qualquer tipo de coisa concreta.

Depois dessa primeira noção de quantidade, surgiu a numeração escrita, do desejo de manter os registros que antes eram simbolizados pelas pedras, em um registro mais prático e simples, mas duradouro e confiável, para um possível transporte ou troca de informações entre grupos, visto que muitas vezes as pedras podiam ser perdidas ou pesavam demais, conforme a grande quantidade em que elas representavam.

Então essa numeração escrita, era feita com marcas em madeiras ou qualquer outro objeto que possibilitasse a marcação. Essa marcação, a propósito, é tão ou mais antiga que a própria escrita (Fig. 1.17).

Figura 1.17: Primeiros registros.



Fonte: [31]

Deste modo, podemos destacar que os primeiros registros aconteceram de forma muito variada. Cada povo utilizou-se de uma técnica diferente para registrar grandes quantidades. Sendo assim, é possível afirmar que a matemática foi construída de forma gradual e por vários povos.

A existência de alguns registros em território europeu, mais especificamente na Morávia, atual República Democrática do Congo, foi encontrada o osso de babuíno com 55 profundos riscos estes com cerca de 30 mil anos [6]. Ainda encontramos relatos do Osso de Ishango (Fig. 1.18), com

8 mil anos de existência, porém hoje estudos revelam que a sua idade estimada também seja de 30 mil anos. Atualmente, o osso está no Instituto Real Belga de Ciências Naturais, em Bruxelas, na Bélgica.

Figura 1.18: Faces frontal e posterior do Osso de Ishango — Institut royal des sciences naturelles de Belgique.

Fonte: [29]

Registrar quantidades de qualquer forma não foi suficiente e finalmente começaram a elaboração dos primeiros sistemas de numeração. Deste modo fica evidente que, a necessidade de registrar grandes quantidades deu origem à numeração escrita. Visto que, o sistema numérico que utilizamos atualmente para representar quantidades, algumas operações desde as mais simples até as mais complexas é denominado sistema decimal, ou seja, de base dez, com valor posicional.

1.5 O mistério dos números decimais

Caio Robério Barpp da Silva

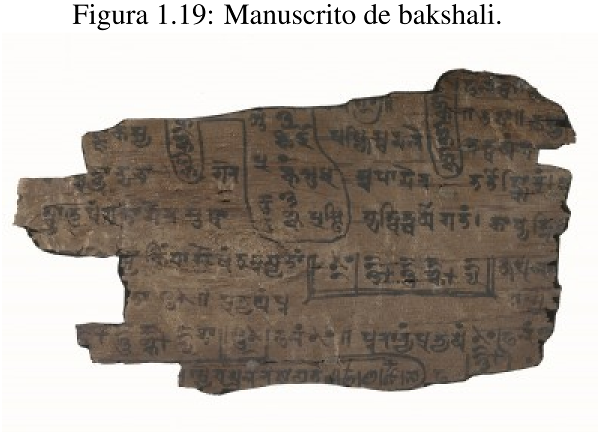
O sistema decimal que usamos atualmente pode ter sido convencionado pelo simples fato de termos dez dedos em nossas mãos. Porém, sua origem, deu-se a partir da necessidade de substituir números fracionários, que eram utilizados frequentemente.

Por usar o número 10 como base numérica, a notação então foi chamada de “decimal”, e decem significa “dez” em latim [43]. Conforme a posição que o símbolo ocupa, representa o número. Porém o que existe no número 10 que o torna tão especial?

Nas antigas civilizações eram utilizadas diversas notações como, por exemplo, os babilônicos, que usam a base 60, os gregos usavam o alfabeto, os maias a notação vigesimal (base 20). Nossa representação simbólica surgiu na Índia, por volta de 500 d.C.

O mais antigo registro encontrado sobre nosso sistema numeral foi próximo à cidade *Bakshali*, motivo este que deu nome ao manuscrito (Fig. 1.19). Registros apontam que a sua origem seja entre os séculos II a.C. e III d.C., o manuscrito foi escrito em uma casca de bétula [1].

Figura 1.19: Manuscrito de bakshali.



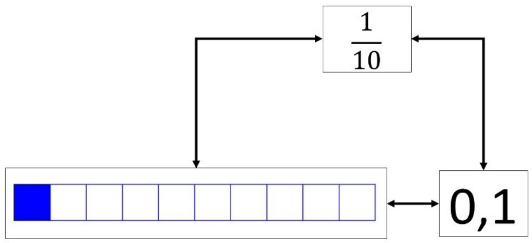
Fonte: [1]

Observou-se que eram usado símbolos diferentes para representar os algarismos de 0 ao 9, porém não para representá-lo como valor posicional, ao invés disso havia símbolos múltiplos de 10, 100 e 1000.

As escritas de números fracionários são encontradas em registros antigos, tendo quase 3000 anos a.C., a forma decimal que é conhecida hoje, surgiu somente no século XVI, sendo o percursor um francês chamado François Viète, tornou-se bem superior aos números fracionários. Sendo esses, um grade potencial de evolução, quando nos referimos aos computadores e calculadoras.

Assim, temos algumas relações correspondentes, escrita na forma geométrica, fracionária e decimal, representando o mesmo valor, observe a figura (Fig. 1.20)

Figura 1.20: Relações correspondentes.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Simon Stevin levou em consideração a notação indo-arábica. A necessidade surgiu quando se sentiu incomodado ao representar números na notação fracionária, contudo a notação sexagesimal (base 60) também passou a ser utilizada, dando então uma representação para ângulos e consequentemente, aos nossos minutos e segundos. Então, os números decimais escritos por Stevin foram representados conforme figura (Fig. 1.21).

Figura 1.21: Representação decimal por Stevin.

Number: 184.54290

Simon Stevin's notation: 184⓪5①4②2③9④0

Fonte: [45]

Na representação de Stevin, o símbolo ⓪ representava a parte inteira, o ① indica um décimo, ② um centésimo, e assim por diante, e com o passar do tempo somente o símbolo que representava a parte inteira era empregado. Esse uso tornou-se cada vez mais simplificado até se tornar um ponto ou uma vírgula.

1.6 Dos números (in)compostos aos primos

Caio Robério Barpp da Silva

No início da vida escolar, estudamos a definição de números primos, ou seja, os números primos são aqueles que possuem apenas dois divisores, o 1 (um) e o próprio número. Esses divisores devem ser diferentes, dessa forma, o número 1 não é primo [41].

Assim, quando nos deparamos com um número inteiro, maior que um, dizemos que estes são: compostos ou primos, observamos que, ao longo da história surgiram algumas curiosidades as quais impulsionaram discussões e conjecturas sobre conceitos matemáticos, surgiram personagens que marcaram o tema, vamos então mergulhar na história.

De acordo com [7], há registros de que os estudos mostram que este tópico dos números inteiros e suas propriedades é discutido desde as civilizações mais antigas. Pois os números primos despertaram interesse por muitos matemáticos já que os números inteiros eram compostos por números primos. Como podemos verificar no número 6 (Eq. 1.1):

$$6 = 2.3 \tag{1.1}$$

onde, 2 e 3 são primos.

Os estudos sobre os números primos começaram na Escola Pitagórica por volta de 530 a.C., porém não existem registros deixados por Pitágoras, somente alguns fragmentos de textos, os quais revelam que Pitágoras deu início aos estudos sobre os números primos.

Os primeiros registros revelam que os gregos constituem um dos povos mais antigos que estudaram sobre os números primos.

No que se refere ao conhecimento dos gregos antigos acerca dos números primos, encontramos nos livros didáticos que foi Euclides quem escreveu os conceitos sobre os números primos da forma que é encontrada até hoje.

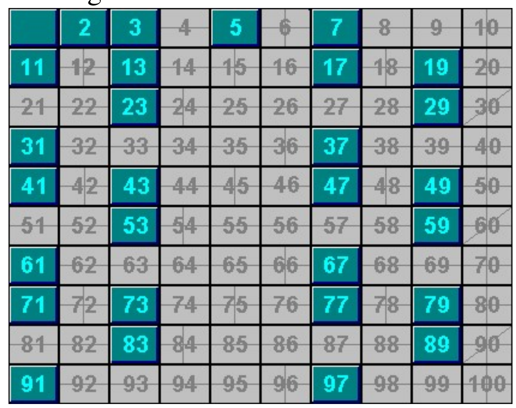
Euclides registra no livro Elementos de Euclides a definição de números primos como sendo: *"protós arithmós estin monadi mone metroymenos"*. Na tradução: número primo é todo aquele que só pode ser medido através da unidade. Segundo [15], o nome números primos tem origem grega, quando, classificavam os números em primeiros ou indecomponíveis, e secundários ou composto. São secundários, por que são formados por números primos, mas os romanos ao traduzirem, apenas a palavra primeiro, que em latim é *primus*.

Boyer [7], nos diz que: no IX livro de Euclides, o último dos três sobre teoria dos números, na Proposição 20, temos que os números primos são mais do que qualquer quantidade fixada de números primos. Portanto, Euclides considerava que há infinitos números primos.

Eratóstenes de Alexandria foi outro grego que se aventurou a estudar sobre os números primos, no século III a.C. Uma de suas contribuições foi o crivo de Eratóstenes, veja Fig. [1.22].

A tabela continha números, sendo do 2 (dois) até n, onde n poderia ser um número natural qualquer, iniciava no 2 (dois), pois o número 1 (um) não satisfaz a definição de números

Figura 1.22: Crivo de eratóstenes.



Fonte: [24]

primos, então pegavam-se os múltiplos de 2 (dois) e furava-se, ou seja, eram crivados na tabela, o próximo número que não estivesse furado permanecia e tinha então seus múltiplos perfurados, e assim até completar a tabela, ou seja, [2] traz em seu livro a definição, e assim podemos perceber o motivo de o número 1 (um) não ser primo, vejamos os conjuntos dos divisores de 1, 2, 7 e 8:

- D(1) = {1}
- D (2) = {1, 2}
- D (7) = {1, 7}
- D (8) = {1, 2, 4, 8}

Notamos que os conjuntos $D(7)$ e $D(2)$ possuem apenas dois elementos. Então 7 (sete) e 2 (dois) são números primos. Porém, $D(1)$ e $D(8)$ não têm somente dois elementos. Dizemos que 1 (um) não é um número primo e que 8 (oito) também não é um número primo.

Ao longo da história muitos estudiosos estudaram os números primos, como Diofanto de Alexandria (200 d.C. – 298 d.C.), Fibonacci (1200 d.C.), o francês Pierre de Fermat (1601 - 1665), que ao ler o texto de Diofanto, despertou uma curiosidade sobre os números primos, tornando-o fundador da moderna teoria dos números [7].

Leonhard Euler (1707 – 1783), considerou Fermat como o príncipe da Matemática, pois mesmo não sendo Fermat um matemático por profissão, contribuiu para o avanço dos estudos neste assunto, e então Euler, que demonstrou uma conjectura proposta por Fermat em seu único livro, como verdadeira e por meio dele percebeu um teorema mais geral.

Com o passar do tempo surgiram muitos matemáticos propondo teoremas, buscando fama e dinheiro através dos prêmios que começaram a ser ofertados. Entre as proposições mais conhecidas está em determinar uma função que exprime todos os números primos.

No entanto, surgiram diversas fórmulas, sendo descobertas falhas quando testavam números maiores que o previsto na fórmula. Foi Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855), quem conjecturou o que é conhecido como teorema dos números primos, porém só foi provado em 1896 pelo francês J. Hadamard e pelo belga C. J. de la Vallee Poussim.

O desenvolvimento dos computadores modernos facilitou o trabalho dos matemáticos em descobrir números primos. Com a utilização deste recurso, é possível encontrar números primos com até 17 milhões de dígitos.

Dusautoy [17], afirma que os primos são as pérolas que adornam a vastidão infinita do universo de números que os matemáticos exploraram ao longo dos séculos.

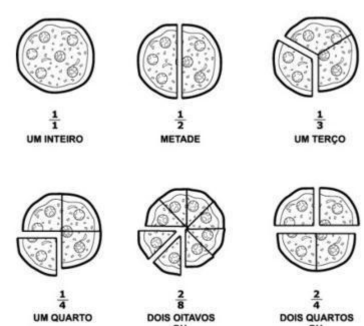
1.7 A origem das frações

Elisiane Cardoso de Andrade
Joel de Oliveira Bassani
Mara Cristina Baltazar
Sabrini dos Anjos

Historicamente, a necessidade de criar novos números, além dos naturais, foi sentida e sugerida naturalmente por problemas práticos da natureza geométrica. Houve tempo em que o homem não conhecia as frações. Mas a necessidade de medir terras, colheitas, líquidos e tecidos, com exatidão levou-o a introduzir as frações e a criar unidades padrão para as medidas.

Ao escolher uma determinada unidade padrão para medir, perceberam muitas vezes que o resultado obtido não era um número inteiro e sentiram a necessidade de fracionar a unidade de medida, como, por exemplo, ao cortarmos uma pizza em porções (Fig. 1.23), dividirmos um chocolate, a divisão de matérias de um caderno, na divisão de ingredientes de uma receita culinária, as horas do dia, entre outros exemplos. As frações nos auxiliam a expressar o tamanho de uma porção.

Figura 1.23: Pizza em porções.



Fonte: [22]

A palavra fração provém do

latim *fractus* e significa “partido”.

Os números racionais surgem da necessidade em atribuir valores para grandezas que nem sempre eram inteiras. O conjunto dos números racionais postulados pelo matemático Dedekind pode ser escrito na forma de uma razão (fração), sendo este conjunto representado pela letra $\mathbb{Q}$, formado pelos quocientes a e b, onde $b \neq 0$, ou seja, $\frac{a}{b}$.

Os objetos existentes no espaço podem ser divididos em partes ou não. Por exemplo, não podemos dizer “uma pessoa e meia ou duas pessoas e um quarto”. No entanto, quando há possibilidade de divisão, estes podem ser divididos em porções menores do que uma unidade.

As frações são úteis para expressar o tamanho de uma porção. Elas podem ser expressas como um número inteiro dividido por outro, ou seja, numerador dividido pelo denominador.

A história das frações é tão antiga quanto a história do homem e, por consequência, a invenção dos números. Surgiram a cerca de 3000 anos a.C. Ainda no tempo das construções das Pirâmides Egípcias o faraó Sesóstris dividiu o solo que ficava às margens do Rio Nilo entre alguns agricultores. Mas nos meses de junho a setembro essas terras eram alagadas, por causa das cheias do Rio Nilo, e tinham as cercas de pedra que as demarcavam derrubadas pelas águas. Assim que essas águas baixavam, era necessário realizar uma nova demarcação de terras. O faraó enviava seus funcionários responsáveis para realizar esta nova medição. Os profissionais que faziam este serviço eram denominados de *estiradores de cordas* (Fig. 1.24), isto porque eles esticavam cordas com nós demarcados para realizar a medição.

Figura 1.24: Estiradores de cordas.

Fonte: [20]

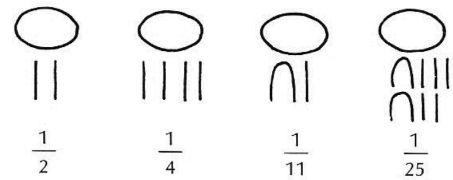
As cordas utilizadas pelos estiradores já tinham nós marcando certa unidade de medida. Quando esticavam estas cordas verificavam quantas vezes aquela medida cabia no terreno. As vezes não cabia um número inteiro de vezes nas dimensões do terreno (Fig. 1.25) e foi aí que surgiram as primeiras frações.

Figura 1.25: Corda com nós.

Fonte: [31]

No início eles usavam como frações somente o número 1 dividido por outro número inteiro. Hoje essas frações são chamadas de frações unitárias. Essas frações eram representadas com um símbolo oval sobre o denominador, conforme a figura(Fig. 1.26).

Figura 1.26: Representação egípcia de fração unitária.



Fonte: [12]

Dificilmente cabia um número inteiro nas dimensões do terreno, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida. Foi por essa razão que os egípcios criaram um novo tipo de representação numérica: o número fracionário, cuja representação é uma fração.

No Papiro de Rhind ou Ahmes (Fig 1.27), datado de aproximadamente 1700 a.C., há outros tipos de frações, representadas como uma soma de frações unitárias.

Figura 1.27: Papiro de Rhind - Museu Britânico.

Fonte: [29]

O povo babilônio abordava as frações de uma forma diferente, sendo o seu denominador o número 60, pelo fato de a base de seu sistema de numeração ser sessenta (60 símbolos).

Já na Grécia antiga, a ideia de fração como um número levou tempo a ser aceita. Por muitos séculos, apenas os elementos das sequências 2, 3, 4, 5, ... eram considerados números e o “1” era o gerador de todos os números.

A invenção das frações surgiu para facilitar na resolução de diversos problemas enfrentados pelos comerciantes da época. Se a vara estivesse dividida em partes iguais, por exemplo, em partes de $\frac{1}{8}$, a compradora poderia levar um comprimento de $\frac{1}{8}$ de vara e pagaria $\frac{1}{8}$ de 16 moedas.

A forma moderna de escrever frações com uma barra dividindo o numerador pelo denominador vem do método Hindu. O primeiro matemático a usar a barra de frações da forma como ela é usada hoje foi Fibonacci. Ainda hoje, as frações são usadas nas medidas.

Contudo, na Inglaterra e nos Estados Unidos, é utilizada uma unidade de medida chamada polegada, que é subdividida em meios, quartos e oitavos.

1.8 História dos sinais

Elisiane Cardoso de Andrade
Joel de Oliveira Bassani
Mara Cristina Baltazar
Zilmara Raupp de Quadros

Os matemáticos chineses da

antiguidade tratavam os números como excessos ou faltas. Os chineses realizavam cálculos em tabuleiros, onde representavam os excessos com palitos vermelhos e as faltas com palitos pretos. Na Índia, os matemáticos também trabalhavam com esses estranhos números. Brahmagupta, matemático nascido no ano 598 d.C., afirmava que os números podem ser entendidos como pertences ou dívidas.

Ao longo dos séculos, o desenvolvimento da Matemática sempre esteve diretamente ligado a atividades de trocas e posteriormente ao desenvolvimento do comércio. Quanto mais complexas as atividades de comércio entre os povos, mais os matemáticos tinham que quebrar a cabeça para descobrir fórmulas que permitissem aos comerciantes efetuar suas contas com precisão e rapidez (Fig. 1.28).

Figura 1.28: Comércio marítimo.

Fonte: [20]

Na época Renascentista, ocorreu um grande desenvolvimento nos países da Europa ocidental e no desbravamento dos mares para descobrirem outras terras [20]. Com a descoberta de outros territórios ao redor do mundo, melhoraram as condições para os comerciantes que saiam em longas expedições em busca de novas mercadorias. Quando estes comerciantes voltavam vendiam esses produtos e com o lucro que conseguiam partiam rumo a novas expedições na busca de uma nova remessa de produtos para comercializar.

No pensamento daqueles que pesquisavam assuntos relacionados à matemática circulava um problema: substituir as palavras por símbolos simples e que facilitassem a rapidez dos cálculos e que ainda auxiliasse diante do desenvolvimento que estava ocorrendo.

Os matemáticos ficaram encantados com a invenção dos comerciantes que passaram a utilizar o número com sinal em diversas situações. Até esta época eram utilizadas somente palavras para representar os sinais e os números eram utilizados somente para representar quantidades, mas agora com a invenção dos sinais eles indicariam também a direção desta quantidade.

A aplicação do sinal da adição aparece na obra Aritmética Comercial de João Weidman d'Eger publicada em 1489, sendo também atribuída a este matemático alemão a introdução do sinal de subtração $(-)$ [40]. O surgimento do sinal de multiplicação $(\times)$ no século XVII é mérito do matemático inglês William Oughtred que ao olhar para uma expressão semelhante à representada na figura (Fig. 1.29), buscou representá-la de uma forma mais simples.

Figura 1.29: Exemplo de expressão que originou o sinal de vezes.

9+9+9+9+9+9+9+9+9+9+

9+9+9+9+9+9+9+9+9 =

= 19 x 9

Fonte: Elaborado pelos autores, 2016.

O matemático William Oughtred não queria utilizar a palavra vezes, e sim inventar um novo sinal para representá-la. Olhando para o sinal da adição, simplesmente o girou um pouco para a esquerda e surpresa, nasce aqui o sinal da multiplicação, sendo utilizado pela primeira vez no livro *Clavis Matematicae*, no ano de 1631.

Em 1637, Descartes já escrevia a operação de multiplicação utilizando apenas um ponto entre os fatores. O matemático Leibniz não gostava de utilizar o símbolo $\times$ para multiplicação por ser facilmente confundido com a letra x do alfabeto, passando assim a utilizar apenas um ponto $(.)$ para representar a operação.

O símbolo anglo-americano da divisão $(\div)$ também aparece pela primeira vez no século XVII, mais especificamente no ano de 1659, em um trabalho do matemático suíço Johann Heinrich Rahn [18]. Este símbolo acabou se tornando conhecido na Inglaterra anos mais tarde com a tradução deste trabalho.

1.9 Geometria

Mara Cristina Baltazar
Zilmara Raupp de Quadros
Taís Pereira da Silva

A palavra geometria é composta por duas palavras gregas: *geo* (terra) e *metron* (medida). No antigo Egito, as chuvas provocavam anualmente, o transbordamento do rio Nilo. O alagamento dos campos danificava as demarcações de limites das propriedades e, por isso, após o período das chuvas, quando as águas voltavam ao leito do rio, era necessário remarcar esses limites (Fig. 1.30).

Figura 1.30: Estiradores de corda.

Fonte: [20]

O trabalho de remarcação era feito por agrimensores que utilizavam como ferramenta uma corda esticada reproduzindo um triângulo retângulo, para auxiliar no cálculo e extensão dos terrenos.

As construções das pirâmides e templos das civilizações egípcias e babilônicas são testemunhos de que a geometria já existia para esses povos por conhecimentos naturais geométricos. Porém, o homem pré-histórico já apresentava rudimentos de um sentido geométrico, quando se preocupava em apresentar a natureza por meio de desenhos ou em dar forma aos objetos, por exemplo, construindo vasos, esculpindo em pedra com as pontas de suas lanças. Assim, se considerarmos a geometria quanto à forma, sua origem é anterior à civilização egípcia.

Porém, foi na Grécia que a geometria teve o seu auge. Os gregos deram extrema importância à geometria, empregando-na de sentidos para as atividades diárias, com conceitos acessíveis ao cidadão. Com o passar do tempo às formas geométricas (Fig. 1.31) foram sendo nomeadas de acordo com certos critérios e características. Surge então a geometria plana e a geometria espacial.

Figura 1.31: Algumas formas geométricas.

Fonte: [41]

Entre 600 e 300 a.C., aconteceu um marco histórico na construção da Geometria quando o matemático Euclides de Alexandria (Fig. 1.32) firmou um sistema organizado. Devido às suas importantes contribuições ao estudo desse ramo da matemática, foi atribuído a ele o título de “pai da geometria”.

Figura 1.32: Euclides.

Fonte: [12]

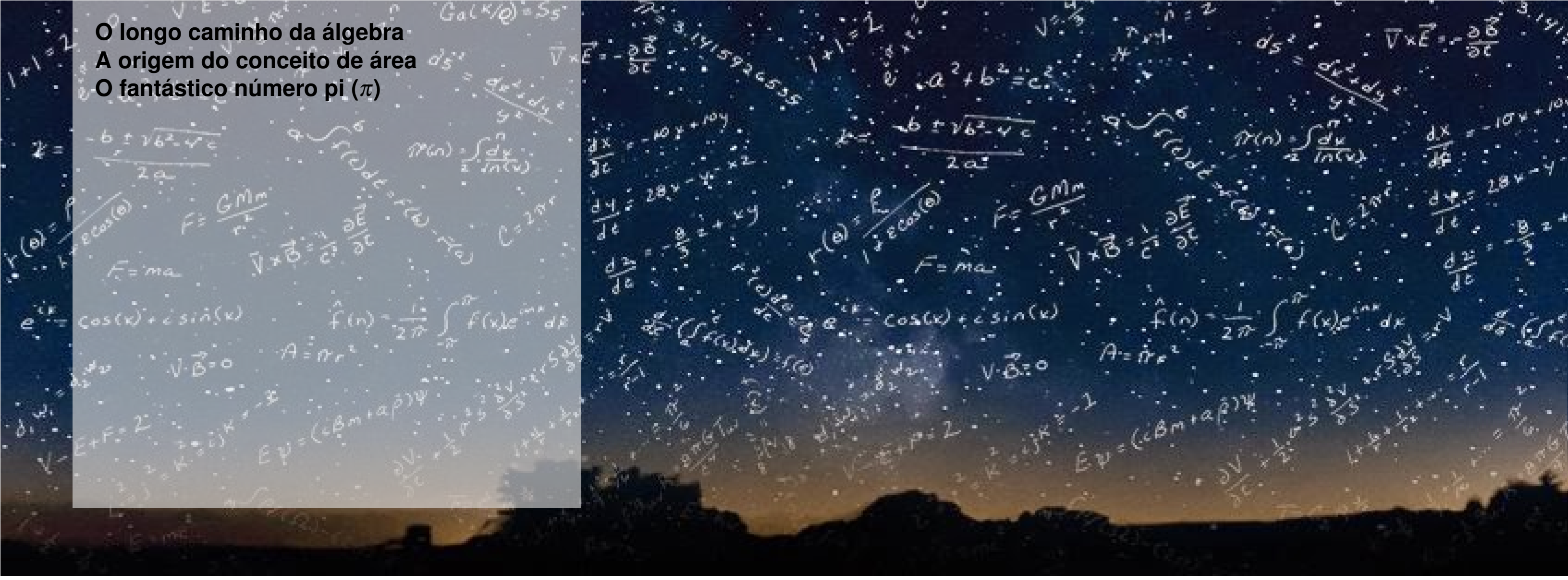
Euclides publicou por volta de 325 a.C. o livro *Os Elementos*, uma obra com treze volumes propondo um sistema inédito no estudo da Geometria, suas obras deixaram grandes contribuições para a matemática.

A maior parte do conteúdo do livro I é conhecida por quem estuda geometria plana: teoremas de congruência de triângulos, construções elementares com régua e compasso, desigualdades envolvendo ângulos e lados de triângulos, construções envolvendo retas paralelas. Elementos têm sequência com a apresentação de proposições, sempre acompanhadas de demonstrações construídas de forma lógica a partir dos postulados, axiomas e das proposições já demonstradas [29].

O livro II é curto, contém apenas 13 proposições, e se ocupa de um assunto conhecido hoje como álgebra geométrica. A álgebra, com seus artifícios simbólicos de representação e manipulação, só seria desenvolvida a partir da Idade Média. Euclides prova resultados de natureza algébrica de forma geométrica, com o uso de quadrados e retângulos [29] .

Já os livros III e IV lidam com a geometria do círculo, material que possivelmente tem origem em Hipócrates de Quíos. Estes exemplares inclui relações de interseção e tangências entre círculos e retas. Apresenta uma definição de tangente ao círculo da seguinte forma: "Uma linha reta que toca o círculo é qualquer linha reta que, encontrando o círculo, não corta o círculo". Ainda possuem problemas sobre a inscrição e a circunscrição de figuras retilíneas no círculo. Além de outros nove exemplares da coleção Os Elementos aborda conceitos da geometria escrita por di-

versos matemáticos, tais como:
Platão e Eudoxo [29].



2. 7º ano

2.1 O longo caminho da álgebra

Caio Robério Barpp da Silva

A história da matemática começou a ser lapidada há muitos séculos, nesse longo percurso, surgiram diversas fontes que nos remetem aos nossos antepassados, porém, nossa simbologia matemática, do modo que conhecemos atualmente, demorou séculos para ser convencionada.

Uma parte importante do pensamento algébrico deixado pelos egípcios encontra-se no documento matemático conhecido como papiro de Ahmes, ou papiro de Rhind, do Egito (escrita hierática), conforme figura (Fig. 2.1), que foi escrito por volta de 1650 a.C.

Figura 2.1: Papiro de Rhind - Museu Britânico.

Fonte: [29]

O matemático Euclides (325 – 265), em sua obra Os Elementos, descreve que foram os babilônicos que encontraram soluções para alguns problemas algébricos, utilizavam de um processo chamado a aplicação de áreas, uma parte da álgebra geométrica, estudada por Euclides em sua obra [3]. Muitas destas escritas descrevem retas, área de uma determinada superfície e volumes.

No século III d.C. Diofanto, ao escrever o seu livro *Arithmetica*, iniciou o caminho para a linguagem por notação que temos hoje, pois em sua obra utilizava de abreviações nos textos matemáticos [8].

François Viéte, por volta do século XV, foi o matemático que utilizou pela primeira vez uma vogal para representar quantidades, assim surge uma notação para a incógnita, dando flexibilidade para resolver expressões algébricas.

Em consequência diversos matemáticos adotaram a simbologia de Viéte por sua vez, René Descartes utiliza uma nova notação para tratar problemas algébricos [8].

Geralmente usa-se as letras do início alfabeto para parâmetros e as do final como incógnitas, a adaptação da notação exponencial a essas e o uso dos símbolos germânicos $(+)$ e $(-)$, tudo isso fez com que a notação de Descartes se assemelhasse à nossa, pois tiramos a nossa dele.

Os termos como incógnita e variável, em alguns casos até se assemelham, porém são definidas de forma diferente, pois incógnita representa a quantidade desconhecida, cujo valor pode ser determinado pelas condições fornecidas pela equação. Sendo assim, é uma quantidade determinada, porém desconhecida, já a variável, por sua vez, é a quantidade indeterminada, cujo valor “varia” de acordo com outra quantidade que também é variável.

2.2 A origem do conceito de área

Elisiane Cardoso de Andrade

Você seria capaz de explicar onde poderíamos utilizar o conceito matemático de área? Talvez esse seja um dos mais utilizados desde a antiguidade até os dias atuais. Seja na medição de terrenos, na construção de casas, edifícios, nas construções de embalagens para diversos produtos, dentre outros. Acredite, o conceito de área está por toda parte, na sala de aula, na rua, na sua casa, no campo de futebol (Fig. 2.2).

Figura 2.2: Campo de futebol.

Fonte: [19]

Mas para que utilizamos o conceito de área? Para medir o tamanho de uma superfície, na qual está relacionado ao conceito de uma extensão bidimensional [5]. O conceito de área e de comprimento tenham surgido com os povos egípcios e babilônios, utilizando estes conceitos em grandes construções, como as grandes pirâmides do Egito (Fig. 2.3).

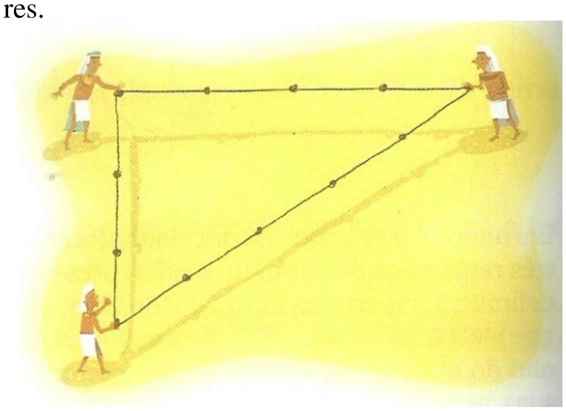
Figura 2.3: Pirâmides de gizé no Egito.

Fonte: [36]

Assim como muitos outros conhecimentos matemáticos, o conceito de área surgiu da necessidade do povo em fazer novas medições de terra após as cheias anuais do Rio Nilo [5], durante os meses de julho a outubro. Quando a inundação passava, os agrimensores eram chamados para realizar a medição e estabelecer os limites de terras dos pequenos agricultores. Essas medições eram chamadas de agrimensura, sendo esta uma das práticas mais antigas da humanidade.

O fato mais interessante era o modo como eles mediam essas terras e o que eles utilizavam para fazer isso. Na prática, os agrimensores já sabiam que um triângulo com lados que medissem 3, 4 e 5 possui um ângulo reto interno de 90º [5]. Então, eles faziam 12 nós $(3+4+5)$ em uma corda com distâncias iguais, então, quando iam medir as terras, amarravam as pontas e esticavam a corda, dobrando-a em três dos nós, conforme a figura (Fig. 2.4).

Figura 2.4: Estiradores de cordas ou agrimensores.



Fonte: [5]

Esse modo lhes permitia traçar retas perpendiculares necessárias ao ato da agrimensura.

Os agrimensores eram chamados de “estiradores de cordas”, devido ao uso destas cordas como uma unidade de medida. Essas cordas eram esticadas para verificar quantas vezes aquela medida estava contida no comprimento que se desejava medir [5].

Os agrimensores aprendiam a determinar a área destes lotes de terrenos por meio da divisão destes retângulos e triângulos [12].

Podemos destacar, que as primeiras fórmulas para calcular áreas de superfícies planas foram as do retângulo, do triângulo e do círculo, veja a Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Fórmulas para o cálculo de área.

Retângulo	Triângulo reto	Círculo
$A=b.h$	$A=\frac{b.h}{2}$	$A=\pi.r^2$

Fonte: Elaborada pela autora, 2017.

Os babilônios também dedicaram parte de suas vidas a estudar sobre a aplicação da Geometria para suprir suas necessidades [12]. Foram estes povos que realizaram a divisão do círculo em 360 partes iguais.

No entanto, para se determinar a área de uma superfície e também demonstrar demais fórmulas de outras figuras planas, tomou-se por base a área do quadrado de lado unitário como referência de unidade de área, chamando de metro quadrado (m^2) sua unidade de medida principal.

Assim, podemos perceber que na matemática o conceito de área é fruto das necessidades encontradas em tarefas cotidianas desde a antiguidade até os dias atuais, sendo esta uma ciência que está sempre em construção, pois a cada dia surgem novos estudos e novas descobertas.

2.3 O fantástico número pi (π)

Joel de Oliveira Bassani
Elisiane Cardoso de Andrade

O número pi (π) foi descoberto há muitos anos, sendo este um dos números mais famosos do mundo, a sua origem é tão mística quanto a história da origem dos humanos. O cálculo do valor deste número com certeza foi um desafio grande para o homem, e a sua história possui mais de quatro mil anos de existência.

Este número tão conhecido possui diversas aplicações em nosso cotidiano. A sua descoberta se deu devida à da necessidade de calcular áreas em formato de círculo e na de demarcação de terras.

De acordo com o historiador matemático [6], no papiro egípcio de Rhind, (Fig. 2.1) de aproximadamente 1650 a.C., já havia vestígios da existência de um valor aproximado do número π, ou seja, a busca pelo valor aproximado de π é algo tão antigo quanto a história da própria matemática [6].

Figura 2.5: Papiro de Rhind.

Fonte: [26]

Naquela época ainda não existiam calculadoras ou computadores capazes de realizar cálculos com valores tão exatos e com várias casas decimais, os cálculos eram realizados manualmente. O primeiro a propor um método para fornecer o número π foi um matemático grego que viveu no século III a.C. chamado Arquimedes, que nasceu por volta do ano 287 a.C. em Siracusa (Sicília). Era filho de um astrônomo e foi um importante guerreiro na defesa de Siracusa contra os romanos, utilizando várias máquinas de defesa para lançar pedras, máquinas estas inventadas por ele, morreu no ano 212 a.C. com 75 anos de idade, assassinado por um soldado romano, embora as ordens do general fosse para que o matemático devesse ser poupado da morte.

O matemático Arquimedes (Fig. 2.6) nos deixou um grande acervo de trabalhos científicos, sendo que grande parte de suas descobertas são aplicadas nos mais variados ramos da matemática e da física, destacando-se também como pioneiro no ramo da análise combinatória.

Figura 2.6: Arquimedes.

Fonte: [29]

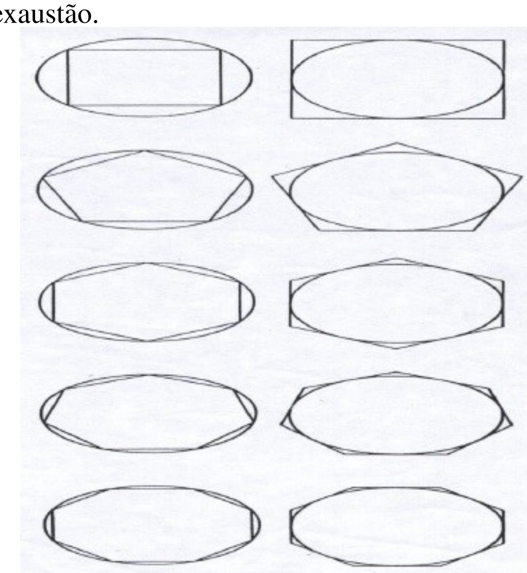
Dentre as obras e invenções

de Arquimedes podemos destacar o *Stomachion* (um quebra cabeça), o Princípio de Arquimedes (sobre os corpos flutuantes), a palavra *Eureka*!, a lei da alavanca, a quadratura da parábola, sobre as esferas e cilindros, a espiral de Arquimedes, medida do círculo, o número π e entres vários outros trabalhos.

Por volta de 200 a.C. que Arquimedes consegue um valor aproximado para o número π. Essa descoberta se deu devido ao fascínio que os matemáticos tinham com a figura do círculo, pois na matemática o círculo é a figura que representa a perfeição, o começo e o fim são apenas um. Sendo esta uma figura incomensurável, assim inventaram uma medida imaginária, chamada hoje de π.

Para medir o comprimento do círculo os matemáticos da época utilizaram o processo chamado "quadratura do círculo", no qual o círculo passou a ser definido como um polígono de infinitos lados [32].

Figura 2.7: Quadratura do círculo ou método de exaustão.



Fonte: [6]

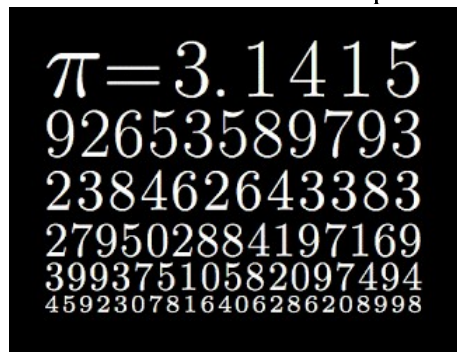
Utilizando as frações $\dfrac{310}{71}$ e $\dfrac{310}{70}$, Arquimedes mostrou que o valor exato de π situava-se entre estas duas frações, conseguindo este valor circunscrevendo e inscrevendo um círculo com polígonos regulares contendo 96 lados, sendo esta uma aproximação melhor que a dos egípcios e babilônios; esta descoberta foi um grande acontecimento na história da matemática [32].

Posteriormente a Arquimedes, outros matemáticos tentaram obter um valor ainda mais aproximado para o número π. Ptolomeu, por volta do século III d.C., conseguiu calcular o valor de π como sendo $\frac{377}{120} \approx 3,1416$, sendo uma aproximação melhor que a encontrada por Arquimedes.

Ainda no século III d.C. o chinês Liu Hui, conseguiu encontrar o valor de $3,14159$. E as aproximações continuaram a serem encontradas, no século V o matemático hindu Aryabhata disse que o valor de π estava compreendido entre $3,1415926$ e $3,1415927$. Até o século XV o melhor valor aproximado de π foi encontrado pelo matemático Al-Kashi que correspondia a $3,1415926535897932$ [32] [veja Figura (Fig 2.8)].

O matemático holandês Ludolph Van Ceulen, no ano de

Figura 2.8: Símbolo π e seu valor aproximado.



Fonte: [16]

1596, repetindo o método de Arquimedes, conseguiu encontrar o número π com ainda mais aproximações de casas decimais. Veio a falecer logo depois da sua descoberta, e sua esposa mandou gravar em sua lápide o valor de π, com 35 casas decimais.

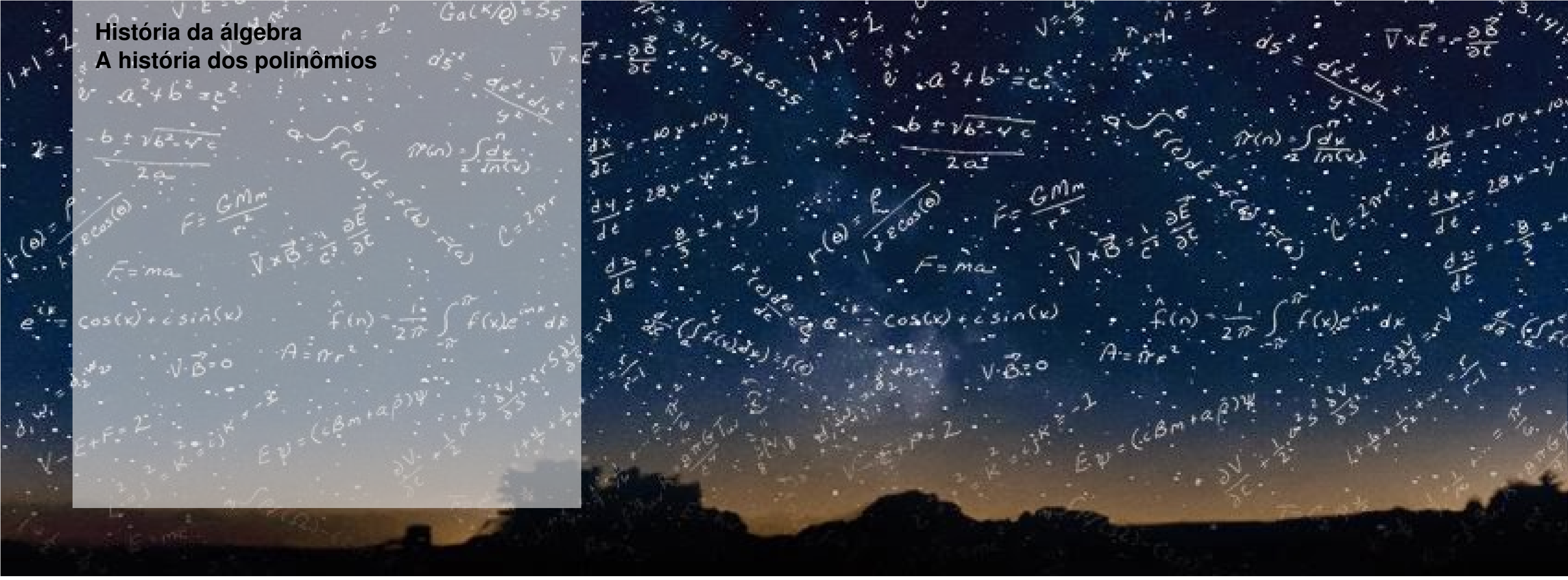
Depois disso, mais matemáticos continuaram a calcular o valor de π, até chegar no ano de 1984, nos Estados Unidos, já com a existência de calculadoras e computadores: a aproximação de π foi calculada novamente com mais de dez milhões de algarismos exatos, e em 1997 dois matemáticos japoneses conseguiram programar um computador para que encontrasse um pouco mais de 51 bilhões de casas decimais.

No ano de 1761 o matemático francês Jean Henri Lambert fez a mais importante descoberta do século XVIII, provando que o número π é um número irracional, encerrando o sonho de ele possuir um final, ou que pudesse ser representado por uma fração que expressasse seu valor exato.

Figura 2.9: Leonhard Euler, pintura de 1753 — Kunstmuseum Basel, Suiça.

Fonte: [29]

A representação do número π é dada pela décima sexta letra do alfabeto grego π, sendo esta representação adotada pelo matemático Willian Jones em 1706; porém, como ele não era muito conhecido para publicar e espalhar sua ideia, incumbiu a outro grande matemático chamado Leonard Euler (Fig. 2.9), que em 1737 passou a usar o símbolo de Jones. E assim o símbolo passou a ser aplicado por todo mundo.



3. 8º ano

3.1 História da álgebra

Mara Cristina Baltazar
Zilmara Raupp de Quadros

O termo álgebra vem do árabe que significa "reunião" ou "reacomodação das partes quebradas". Quando você pensa em álgebra, o que vem à mente primeiro? Você pensa em equações ou em fórmula com termos desconhecidos?

A história da álgebra pode ser vivenciada em três períodos: retórico, sincopado e simbólico. Seu início é marcado com equações da antiguidade, escritas em versos e resolvidas por diferentes métodos.

Provavelmente, a álgebra se originou na Babilônia, sendo utilizado o estilo retórico para escrever as equações. Este estilo utiliza argumentos de resolução de um problema escritos em prosa, sem fazer uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento algébrico.

A fase da álgebra sincopada começa com Diofanto de Alexandria por volta do século IV d.C. e se estende por vários anos, até François Viéte. Sendo este que, embora utilizasse um estilo sincopado, o principal responsável pela introdução de novos símbolos na álgebra.

O uso dos símbolos matemáticos, por fim, foi introduzido por Diofanto de Alexandria, para facilitar a escrita e os cálculos. Estes símbolos eram, geralmente, abreviações que expressavam quantidades e operações.

Diofanto foi o pioneiro na solução de equações. O matemático com sua maravilhosa habilidade, nos diz sua idade por meio de prosa.

Aqui jaz Diofanto. Maravilhosa habilidade – Pela arte da álgebra a lápide nos diz sua idade [12]:

"Deus lhe deu um sexto da vida como infante, um duodécimo mais como jovem, de barba abundante;

E ainda uma sétima parte antes do casamento;

Em cinco anos nasce-lhe vigoroso rebento lástima! O filho do mestre e sábio do mundo e vai morreu quando da metade da idade final do pai uatro anos mais de estudos consolam-no do pesar;

Para então, deixando a terra, também ele alívio encontrar."

Se realmente esse enigma for verdadeiro, Diofanto viveu exatamente oitenta e quatro anos. Na linguagem matemática, este enigma é traduzido da seguinte forma:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 \tag{3.1}$$

efetuando os cálculos algébricos em (3.1) temos que $x = 84$.

No início da era moderna, os matemáticos aperfeiçoam as notações algébricas, aumentam a precisão dos cálculos e obtêm um grande progresso na álgebra. Passam a usar letras para representar as incógnitas. As notações utilizadas atualmente nas equações algébricas, como os coeficientes a, b e c para os números conhecidos como; x, y e z para as incógnitas, se deve a esse matemático.

A álgebra é uma parte da matemática que foi se modificando com o passar do tempo, antigamente se economizava tempo de escrita e espaço de impressão, mas pouco se fazia para promover o conhecimento mais profundo das ideias que expressavam. A álgebra de fato era uma arte em geral, uma atividade que defendia fortemente as habilidades de seus praticantes individuais.

A nossa notação algébrica corrente está muito próximo do ideal. Seu desenvolvimento foi longo, lento e, algumas vezes, confuso. Essa maneira de escrever a matemática é usualmente chamada de retórica, porém com contraste com o estilo simbólico usado atualmente.

3.2 A história dos polinômios

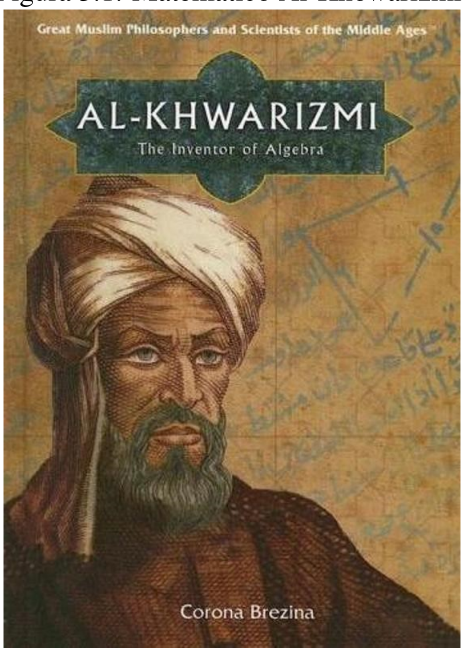
Joel de Oliveira Bassani

Estudos apontam para a necessidade de contextualizar o ensino da matemática, ou seja, sempre buscam aplicações imediatas para os conteúdos. Não que esse deva ser um caminho único a ser seguido, pelo contrário, a compreensão de seu valor abstrato é importante.

A história das equações polinomiais é muito antiga, tem-se conhecimento que na Babilônia cerca de 1800 a.C., alguns métodos de resolução de equações do 2º grau já eram conhecidas. Assim, o problema de encontrar raízes de uma equação algébrica, isto é, de um polinômio, é alvo de estudo de muitas pessoas há muito tempo.

O estudo que se ocupa deste processo é chamado Álgebra. Este nome deve-se à expressão Al-Jabr, do livro Al-Jabr Wa'l Mugabalah, em português “ciência da restauração (ou reunião) e redução” , de autoria do matemático árabe Al-Khowarizmi (Fig. 3.1), por volta de 830 [20].

Figura 3.1: Matemático Al-Khowarizmi.



Fonte: [20]

Acredita-se também que a utilização de letras do alfabeto no estudo matemático, tenha surgido com o grego Hipócrates de Quio que viveu entre 460 e 380 a.C., e teria representado pontos e retas de figuras geométricas.

Muito tempo depois, por volta do século II d.C., o matemático Diofanto de Alexandria (Fig. 3.2) criou e utilizou símbolos algébricos pela primeira vez. A maneira como ele utilizou para representar uma incógnita, e suas potências era bem complicadas, muito diferente daquela que conhecemos hoje.

Figura 3.2: Diofanto de Alexandria.

Fonte:[29]

No século XVI, François Viète (1540 – 1630) (Fig. 3.3), francês, em um período quando a matemática básica ainda se encontrava em formação, criou um sistema de notação que consistia em representar quantidades variáveis com letras vogais maiúsculas e as constantes com consoantes maiúsculas.

Na história da matemática, pela primeira vez usaram-se letras para representar coeficientes, assim tornando possível escrever apenas uma equação que representasse uma classe de equações.

Figura 3.3: François Viète.

Fonte: [12]

Posteriormente tivemos grandes contribuições de René Descartes, o qual fez um aprimoramento no estudo de Viète, utilizando apenas as letras finais do alfabeto $(x,\ y,\ z)$ para representar variáveis e as primeiras $(a,\ b,\ c)$ para representar as constantes.

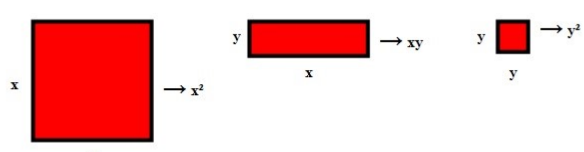
Figura 3.4: René Descartes

Fonte: [29]

Assim podemos perceber que o conceito de polinômio que conhecemos hoje teve uma longa caminhada. É a soma dos saberes de diversos pensadores ao longo dos séculos.

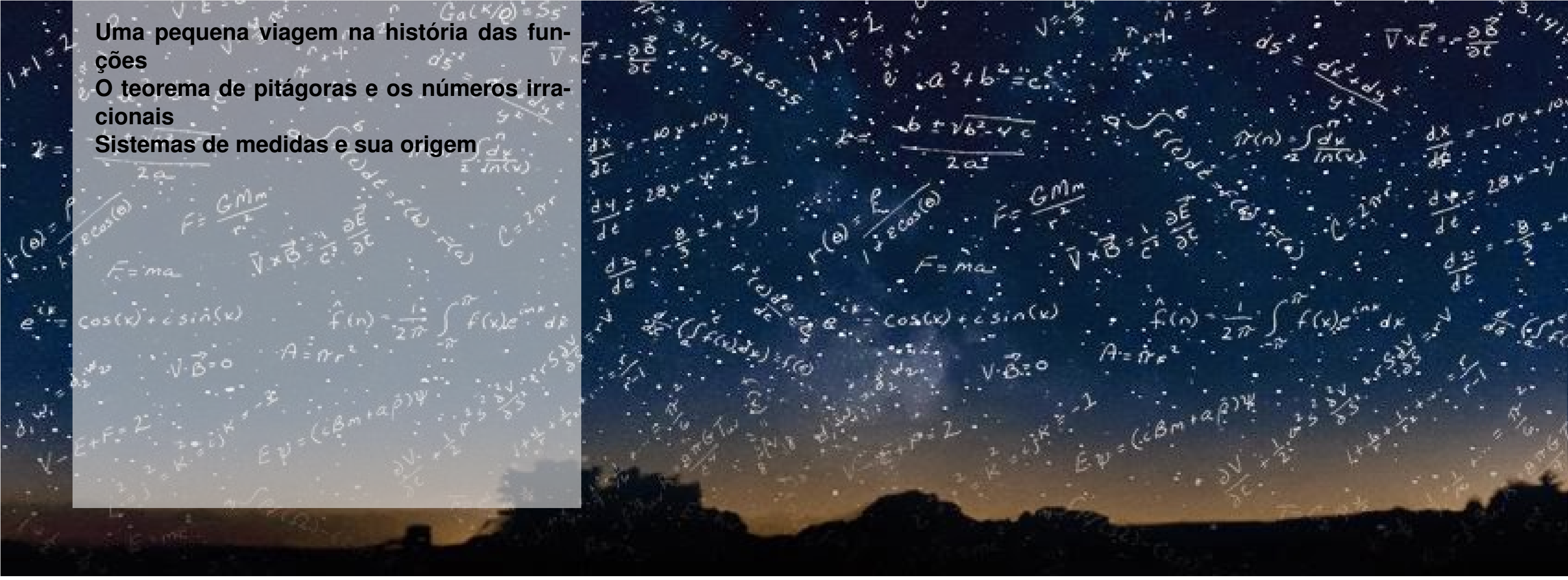
Observe na figura (Fig. 3.5) que a medida dos lados são variáveis.

Figura 3.5: Uso de polinômios no cálculo de áreas



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Note que para as regiões ilustradas temos que a área dos retângulos é dada por: $A = x^2$, $A = xy$ e $A = y^2$. E ainda, caso atribuirmos valores para as variáveis temos a medida da superfície.



4. 9º ano

4.1 Uma pequena viagem na história das funções

Elisiane Cardoso de Andrade

As funções são ferramentas indispensáveis para descrever fatos e fenômenos do nosso mundo. Tais descrições expressam a relação existente entre grandezas das mais diversas áreas do conhecimento. Utilizando destas ferramentas podemos analisar, interpretar e descrever diversos fenômenos naturais e sociais.

Podemos representar algumas situações envolvendo grandezas variáveis, tais como: o comprimento de um fio de cabelo em função do tempo, o consumo de combustível de um automóvel em função da distância percorrida, o faturamento de uma empresa em função do número de vendas, entre muitas outras. Ao descrevermos fatos semelhantes aos citados, relacionamos duas grandezas, criando uma interdependência entre ambas. Podemos utilizar a linguagem matemática para representar essas grandezas, por meio do conceito de funções.

As funções, assim como o conceito de diversos assuntos relacionados à matemática, surgiram das necessidades que os povos enfrentavam para solucionar seus problemas. Não se sabe ao certo quando o conceito de funções foi utilizado pela primeira vez [5]. O que se sabe é que cerca de 2000 a. C. o povo babilônio já construía tabelas de raízes quadradas.

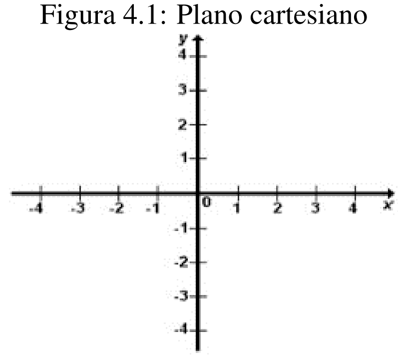
O conceito de funções desenvolvido pelos babilônios foi aperfeiçoado ao longo dos séculos, e uma prova disso é o fato que a Astronomia da época era baseada em tábuas de quadrados, cúbicos e de raízes quadradas [10].

Os gregos também deram sua contribuição relacionando grandezas físicas como altura dos sons e dos comprimentos das cordas vibrantes (leis da acústica).

Desde então houve vários acontecimentos ao longo dos séculos relacionados à utilização de funções, como exemplo temos: a representação da velocidade de um móvel (um corpo que se movimenta) ao longo do tempo, informação gerada pelo matemático francês Nícolas Oresme (1323 - 1382) a qual contribuiu de forma considerável no estudo do referido assunto.

Para a representação de uma função, geometricamente usamos o plano cartesiano (Fig. 4.1), contribuição feita pelo matemático e filósofo René Descartes. Ainda dentre estas considerações ao estudo de funções temos a descoberta das leis sobre as trajetórias planetárias por Keppler; assim como o estudo da queda dos corpos e a relação entre o espaço e o tempo por Galileu.

Figura 4.1: Plano cartesiano



Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

O conceito de função foi introduzido na matemática por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) para, inicialmente, expressar a associação entre quantidades e curvas [42]. A noção que temos atualmente de função deve-se às considerações feitas posteriormente por Leonhard Euler (1707 - 1783).

Deve-se ao matemático alemão Leibniz, com a invenção da linguagem matemática distribuídas em diversos termos e simbologias, a primeira utilização do termo função, propiciando sua utilização nas análises matemáticas no século XVIII.

No entanto, a definição de função surge mais tarde com Leonhard Euler; contudo, só foi no século XIX que apareceu o significado mais amplo de função.

Destaca-se que houve outras contribuições significativas para o estudo de funções, realizadas pelos matemáticos Joseph-Louis de Lagrange (1736 - 1813), Jean-Baptiste Fourier (1768 - 1830) e Johann Dirichlet (1805 - 1859) [5]. A teoria dos conjuntos, criada por Georg Cantor (1845 - 1918), ampliou ainda mais o conceito de funções, até se chegar à definição que conhecemos hoje.

Uma função pode ser representada algebricamente ou descritivamente. Sob a forma de texto, conforme [5], exemplifica uma representação usual ou descritiva. Estabelecendo a relação entre duas grandezas em forma de texto, abordando uma determinada situação problema.

O exemplo a seguir, representa uma função na representação descritiva: “Paulo é vendedor de assinatura de revistas e seu salário varia conforme o número de assinaturas que ele vende no mês. Paulo recebe um valor fixo de R$ 1200,00, mas comissão de R$ 40,00 para cada assinatura vendida [5].”

Também pode ser representada tabularmente, forma que traz os dados abordados, veja na tabela 4.1 a relação entre o número de assinaturas vendidas e o salário de Paulo.

Tabela 4.1: Representação tabular.

Número de assinaturas vendidas	Salário de Paulo
0	1200
1	1200 + 1.40=1240
2	1200 + 2.40=1280
3	1200 + 3.40=1320
4	1200 + 4.40=1360
5	1200 + 5.40=1400

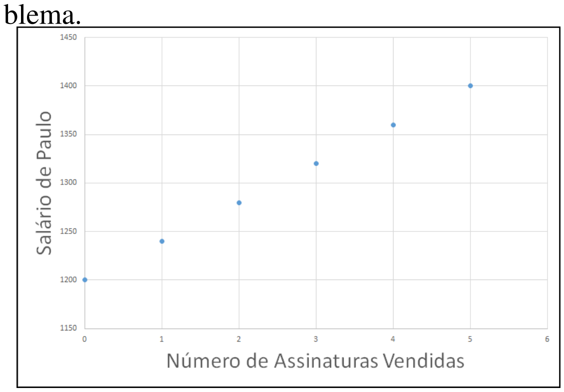
Fonte: Elaborada pela autora, 2017.

Além destas duas formas, ainda podemos representar estes dados dispostos na tabela transformando na sua forma algébrica, ou seja,

$$f(x) = 1200 + 40x,$$

na qual x representa a quantidade de revista vendida e $f(x)$ o salário de Paulo. Tal relação representa-se sua forma gráfica (Fig. 4.2).

Figura 4.2: Representação gráfica da situação problema.



Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

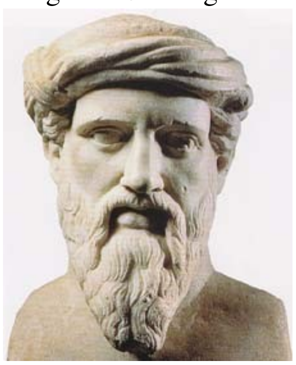
Com o passar do tempo, a partir de investigações matemáticas constatamos a grande importância da empregabilidade das funções distribuídas nos mais variados campos da ciência moderna, podendo ser considerada como pilar de inúmeras bases de conhecimento.

4.2 O teorema de pitágoras e os números irracionais

Joel de Oliveira Bassani
Elisiane Cardoso de Andrade

De acordo com [12], Pitágoras (Fig. 4.3) nasceu por volta de 572 a.C. em uma das ilhas do mar Egeu, chamada ilha de Samos, próxima a Mileto. E morreu em Metaponto, com aproximadamente 75 ou 80 anos de idade, provavelmente assassinado.

Figura 4.3: Pitágoras.



Fonte: [12].

Quando se mudou para Crotona, uma colônia ao sul da Itália, fundou uma sociedade, conhecida também como Escola Pitagórica, onde se abordavam assuntos relacionados a filosofia, matemática, música, astronomia e ciências. Tudo indica que Pitágoras era seguidor de Tales, outro importante filósofo e matemático.

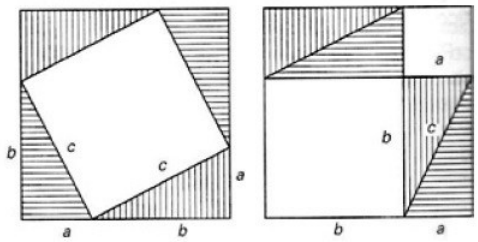
Na época da Escola Pitagórica, os estudos se davam oralmente e as descobertas realizadas pelos seguidores de Pitágoras eram sempre atribuídas para ele mesmo, dificultando na identificação da autoria dessas descobertas [18].

Entre essas descobertas, há um teorema muito importante na matemática, muito aplicado no ramo da geometria, chamado teorema de Pitágoras. Este teorema diz o seguinte: para qualquer triângulo retângulo: "o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados, denominados catetos".

Esse teorema já era conhecido pelo povo egípcio e babilônico do tempo de Hamurabi muitos séculos antes da existência de Pitágoras [18, 12]. Porém, na história do teorema só aparece que foi Pitágoras quem realizou a demonstração deste teorema pela primeira vez. A demonstração geométrica realizada por Pitágoras pode ser exemplificada pela figura (Fig. 4.4).

Os pitagóricos foram os responsáveis por descobrirem os

Figura 4.4: Demonstração geométrica do teorema de pitágoras.

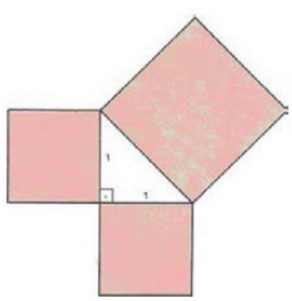


Fonte: [33]

números Irracionais ($\mathbb{I}$), para eles essa descoberta era fascinante, mas ao mesmo tempo perturbadora, pois na filosofia pitagórica tudo dependia apenas dos números inteiros [12, 18].

A conclusão de que os números irracionais existiam deu-se através do objetivo de calcular a medida da diagonal de um quadrado de lado 1 *cm* conforme a figura (Fig. 4.5).

Figura 4.5: Diagonal do quadrado de lado 1.



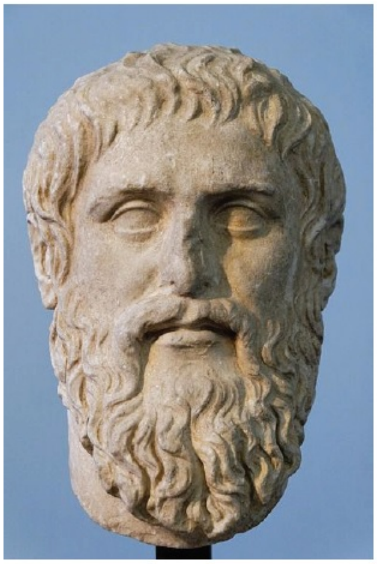
Fonte:[21]

No cálculo dessa hipotenusa por meio do teorema de Pitágoras os pitagóricos concluíram que, por mais que os catetos fossem divididos em partes menores, o lado desse quadrado continuava a não caber um número de vezes na hipotenusa [12].

Assim, surgiu o primeiro número irracional $\sqrt{2}$. Essa descoberta foi mantida em segredo por muito tempo, somente muito tempo depois Teodoro de Cirene apresentou mais alguns irracionais: π, e, $\sqrt{3}$, $5\sqrt{7}$, entre outros.

Por volta do ano de 370 a.C. essa descoberta tratada como um grande "escândalo" foi resolvida por Eudoxo, que era um dos discípulos de Platão (Fig. 4.6) (outro grande matemático e filósofo), esses números irracionais eram chamados de incomensuráveis (não podiam ser medidos). Dedekind, matemático moderno, também explanou esses números em 1872.

Figura 4.6: Platão.



Fonte: [29]

Outro número irracional muito conhecido é o π (pi), que tem diversas aplicações em nosso cotidiano, cuja descoberta se deu devido à necessidade de calcular áreas em formato de círculo.

4.3 Sistemas de medidas e sua origem

Joel de Oliveira Bassani
Elisiane Cardoso de Andrade

Os sistemas de medida surgiram também de acordo com as necessidades do homem. Atualmente encontramos essas medidas em muitas situações do nosso cotidiano como, por exemplo, as medidas de um terreno, a capacidade de volume de um copo, a distância entre duas cidades, a altura de um prédio, entre outras aplicações.

A necessidade de medir é tão antiga quanto a história do homem e, ao longo do tempo, vários povos desenvolveram o seu sistema de acordo com suas necessidades [33].

Muitas das unidades de medida utilizadas tinham por referência partes do corpo humano: palmo, pé, polegada, braça, jarda, etc, exemplifica-se por meio da figura (Fig. 4.7).

Figura 4.7: Medidas de comprimento utilizando o corpo humano.

Fonte: [39]

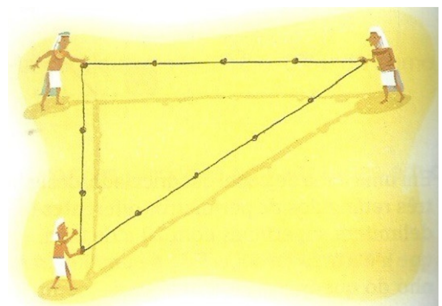
Não se sabe ao certo sobre a origem das medidas de comprimento e de áreas, pois os primórdios deste assunto são mais antigos que a origem da escrita [5].

É muito provável que os primeiros povos a utilizarem as medidas de comprimento e de área foram os babilônios e egípcios, por serem civilizações que tinham o conhecimento de construções de grandes edificações como, por exemplo, as pirâmides egípcias [5].

O povo egípcio talvez foi um dos povos que mais se destacavam na arte de medir, pois a cada cheia do Rio Nilo os agrimensores do faraó necessitavam medir as terras novamente separando-as em novos terrenos, restabelecendo os limites das áreas inundadas pela cheia do Rio Nilo.

Cabe aqui ressaltar que os agrimensores do faraó eram chamados de “estiradores de corda”, porque para medir eles esticavam suas cordas que possuíam nós que demarcavam uma certa medida na mesma, conforme pode-se observar na figura (Fig. 4.8).

Figura 4.8: Estiradores de cordas ou agrimensores.



Fonte: [5]

Conforme as civilizações foram evoluindo, foi necessário aperfeiçoar os sistemas de medidas utilizados. Com o desenvolvimento do comércio, a existência de várias unidades de medida dificultava as negociações, sendo necessário que se criasse um único padrão de unidades de medida para cada grandeza [39].

Foi somente após a Revolução Francesa em 1789, que a Academia de Ciências da

França unificou o sistema de medidas no país, baseando-se em padrões simples, fixos e científicos [33, 39]. Assim constituiu-se o Sistema Métrico Decimal, criado em junho de 1799.

O metro padrão que conhecemos hoje (com 100 *cm*) foi construído em 1799. Atualmente nos referenciamos pelo Sistema Internacional de Medidas (Sistema S.I.), aprovado no ano de 1960 em Paris, pela Conferência Geral de Pesos e Medidas.

O sistema S.I. é uma versão moderna e atual do Sistema Métrico Decimal. O Brasil só adotou o sistema S.I. em 1862 [33].

O Sistema Métrico Decimal, que também é conhecido como Sistema Internacional de Medidas (S.I.), é utilizado em quase todos os países. Segundo [39], o Sistema Métrico Decimal foi assim chamado com base em uma unidade padrão, as demais são obtidas por meio da multiplicação ou divisão dessa unidade por 10, 100 ou 1000.

Referências Bibliográficas

[1] ANCIENT SCIENCE. ***Bakhshali manuscript, ancient indian mathematics***. Disponível em: `https://goo.gl/uQAzr5`. Acesso em: 10 mai. 2017.

[2] AVERBUCH, A. et al. ***Matemática:*** *saber & fazer*. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 1985.

[3] BECKER, R. L. ***A álgebra geométrica de Euclides***. 2004. 54 p. Trabalho de conclusão de curso de licenciatura em matemática. Centro de ciências físicas e matemáticas, UFSC, Florianópolis, 2004. Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/96581`. Acesso em: 04 set. 2017.

[4] BERLINGHOFF, W. P. ***A matemática através dos tempos***. 2. ed. São Paulo: Ed.Blucher, 2010.

[5] BIANCHINI, E. ***Matemática***. 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015. v. 1.

[6] BOYER, C. B. ***História da matemática***. São Paulo: Blucher, 2012.

[7] BOYER, C. B. ***História da matemática***. 2. ed. - São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

[8] BOYER, C. B. ***História da matemática.*** São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

[9] BRASIL. ***Parâmetros curriculares nacionais***. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf. Acesso em: 16 ago. 2018.

[10] BRITO, F. A. ***História das funções***. UNOPAR, 2010. Disponível em: `http://www.ebah.com.br/content/ABAAAA0b0AD/historia-das-funcoes-\matematicas`. Acesso em: 03 abr. 2016.

[11] CANAL KIDS. ***História do computador:*** *quase igual ao homem.* Disponível em: `http://www.canalkids.com.br/tecnologia/info/computador.htm`. Acesso em: 17 set. 2018.

[12] CARDOSO, M. C. DARELA, E. ROSA, R. C. ***História da matemática***. 3. ed. Palhoça: Unisul Virtual, 2011.

[13] COLÉGIO NOSSA SENHORA DE FÁTIMA. Pré-escolar Ed. Raquel Menino. ***Figuras rupestres***. 2016. Disponível em: `https://preescolarcnsf.wordpress.com/2016/03/03/pinturas-rupestres`. Acesso em: 17 abr. 2018.

[14] COSTA, N. ***A origem dos números***. Setembro. 2008. Disponível em: https://historiarn.blogs.sapo.pt/10561.html. Acesso em: 10 mai. 2018.

[15] COUTINHO, S. C. ***Números inteiros e criptografia RSA***. Rio de Janeiro: IMPA, 2013.

[16] DENCK, D. ***No dia do pi, descubra porque o número 3,14 tem esse nome***. 2010. Disponível em:https://www.trespassosnews.com.br/mais-lidas/item/22915-2018-03-14-10-03-59. Acesso em: 10 mai. 2018.

[17] DU SAUTOY, M. ***A música dos números primos****: a história de um problema não resolvido na matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.

[18] EVES, H. ***Introdução à história da matemática***. Campinas, São Paulo: Editora da Unicamp, 2004.

[19] GONÇALVES, A. ***Realizando um estudo geométrico do campo de futebol***. Brasil Escola: 2017. Disponível em: https://goo.gl/Rvqh9u. Acesso em: 30 ago. 2017.

[20] GUELLI, O. ***Contando a história da matemática****: números com sinais uma grande invenção*. 3. ed. São Paulo. Editora Ática, 2000.

[21] GUELLI, O. ***Contando a história da matemática****: equação: o idioma da álgebra.* 11. ed. São Paulo. Editora Ática, 2003.

[22] GRUPO VIRTUOUS TECNOLOGIA EDUCACIONAL. *Só Pedagogia.* ***Números racionais*** *(parte III)*. Disponível

em: https://goo.gl/uZE87Q. Acesso em: 01 jul. 2016.

[23] HERBELLA, G. ***Pré-história** - a origem*. 2013. Disponível em: http://gabrielaherbella.blogspot.com/2013/09/pre-historia-origem-pre-historia-pre.html. Acesso em: 20 set. 2018.

[24] JAVIER, R. F. ***O crivo de eratóstenes***. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=37329. Acesso em: 23 jul. 2017.

[25] KARAM, T. ***Escrevendo sobre a vida:** qual a estatística de sua existência?* Disponível em: https://blogterezakaram.wordpress.com/2012/08/03/qual-a-estatistica-de-sua-existencia/menina-pensando-numeros/. Acesso em: 18 mai. 2016.

[26] LUCHETTA, V. O. J. ***A matemática interativa na internet***. São Paulo: USP, 2008 Disponível em: http://www.matematica.br/historia/prhind.html. Acesso em: 20 jun. 2016.

[27] MORI, I.; ONAGA, D. S. ***Matemática**: ideias e desafios, 5ª série*. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

[28] MOURA, A. P. et al. ***A história da matemática, como e por quê surgiu***. O mundo

dourado. 2013. Disponível em: http://omundodourado.blogspot.com/2013/03/a-historia-da-matematica-como-e-por-que.html. Acesso em: 10 mai. 2018.

[29] MOL, R. S. ***Introdução a história da matemática***. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

[30] OLIVEIRA, A. M. ***A história da matemática moderna***. 2003. Disponível em: http://www.teachersergio.net/a-historia-da-matematica. Acesso em: 02 abr. 2018.

[31] PASQUALOTTI, A. ***O número concreto***. 1998. Disponível em: http://usuarios.upf.br/~pasqualotti/hiperdoc/concreto.htm. Acesso em: 10 mai. 2018.

[32] PESCADOR, L. R.; ROCHO, V. R.; SOUZA, V. G. ***O número pi (π)****: da origem à sala de aula*. Monografia do Curso de Licenciatura plena em Matemática. Araranguá: Unisul, 2005.

[33] PROJETO ARARIBÁ. ***Matemática***. 4. ed. São Paulo: Moderna, 2014. v. 1.

[34] RIWERSUN, E. ***O sistema de numeração chinês***. 2011. Disponível em: http://riwersun-math.blogspot.com.br/2011/05/o-sistema-de-numeracao-chines.html. Acesso em: 10 mai. 2005.

[35] ROONEY, A. ***A história da matemática.*** São Paulo: M. Books do Brasil Editora, 2012.

[36] SANTOS, F. ***A história das pirâmides no egito antigo***. Brasil Escola: 2017. Disponível em: https://goo.gl/iq8TYy. Acesso em: 30 ago. 2017.

[37] SANTOS, J. ***Breve história da matemática***. 2014. Disponível em: https://www.matematicaefacil.com.br/2014/04/breve-historia-da-matematica_12.html. Acesso em: 25 abr. 2018.

[38] SANTOS, K; EVANGELISTA, R. ***História da matemática e a importância da numeralização***. 2015. Disponível em: http://cantinhodamatematica4.blogspot.com.br/2015/09/historia-da-matematica-e-importancia-da.html. Acesso em: 25 abr. 2018.

[39] SILVEIRA, Ê. ***Matemática****: compreensão e prática*. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015. v. 1.

[40] SOUZA, J. C. M. ***Matemática divertida e curiosa***. 25. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

[41] SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. ***Vontade de saber matemática***. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

[42] SOUZA, J. R. ***Novo olhar:*** *matemática*. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

[43] STEWART, I. ***O fantástico mundo dos números****: a matemática do zero ao infinito.*. Rio de Janeiro: Zahar, 2016. 383 p.

[44] VALERIA et al. ***Hoje tem matemática****: quem inventou os números*. Disponível em: `https://goo.gl/DBFot4`. Acesso em: 19 jun. 2016.

[45] WIKIMEDIA COMMONS: the free media repository [Internet]. ***Representação decimal por Simon Stevin***. 22 abr. 2018. Disponível em: `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Stevin-decimal_notation.svg`. Acesso em: 10 mai. 2018.